

SOME RHEOLOGICAL PROPERTIES OF CONCRETE
WITH AN ENGLISH SUMMARY

JOHANNES LANDBO

STATENS BYGGEFORSKNINGSINSTITUT

ex. 5 01291 P
20 JULI 1988

STATENS BYGGEFORSKNINGSINSTITUT SÆRTRYK NR. 71

I KOMMISSION HOS TEKNISK FORLAG KØBENHAVN 1956

MEDDELELSER FRA DIF's BETONSEKTION

BETON
OG
JERNBETON

8. ÅRGANG . NUMMER 1

JANUAR 1956

Redaktør

Poul Møller-Sørensen

TEKNISK FORLAG

KØBENHAVN
1956

Civilingeniør *Poul Rikard Andersen* (kasserer)
 Civilingeniør *Ingvard Christensen*
 Civilingeniør *Jannik Ipsen*
 Civilingeniør, direktør *N. J. Manniche* (næstformand)
 Civilingeniør, dr. techn. *Erik V. Meyer* (formand)
 Civilingeniør *Poul Nerenst* (sekretær)

NOGLE TRÆK AF BETONS REOLOGI

Af

Civilingeniør Johannes Landbo

Indledning

539.37:624.012.4

Reologi er læren om materialernes deformationer og disses afhængighed af de mulige deformationsforårsagende faktorer. En primær opgave ved undersøgelsen af et materiales reologiske egenskaber er at finde deformationernes afhængighed af sådanne faktorer som temperatur, belastning og tid, men reologien (i den betydning, der nutildags lægges i ordet) omfatter forsåvidt også spørgsmålet om, hvordan deformationerne afhænger af fysiske og kemiske egenskaber ved materialerne.

Betons reologiske egenskaber har været aktuelle, lige så længe som beton har eksisteret som byggemateriale. Ethvert byggematerials reologiske forhold er simpelthen afgørende for materialets anvendelighed som led i en konstruktion. For beton behøver man således blot at tænke på f.eks. deformationsforholdenes betydning for samvirket mellem beton og jern i jernbeton, krybningsdeformationernes indflydelse på nedbøjningen af jernbetonbjælker og -plader og svindets betydning f.eks. for anvendeligheden af fabriksfremstillede betonprodukter.

Deformationsforholdene hos beton er imidlertid meget komplicerede og er i vidt omfang stadig uopklarede. I praksis har man klaret sig meget godt endda, hovedsagelig ved hjælp af delvis empiriske fremgangsmåder. Det er dog forekommet i flere tilfælde, at et mindre heldigt resultat har kunnet føres tilbage til manglende viden om betonens reologiske forhold.

Imidlertid er det et spørgsmål, om ikke mange af de konstruktioner, der er udført med tilfredsstillende resultat, muligvis kunne være udført på en økonomisk fordelagtigere – og dog teknisk forsvarlig – måde, såfremt betonens reologiske egenskaber havde været bedre kendt.

REDAKTIONSUDVALG

*Ole Glarbo N. J. Manniche Erik V. Meyer
 K. Otterstrøm Niels Munk Plum W. R. Simonsen*

REDAKTIONEN

Civiling. P. Møller-Sørensen, Privat: Godthåbs Have 12^a F.
 Tlf. Fa. 4561. Kontor: Frederiksberg Rådhus. Tlf. Fa. 6601

EKSPEDITION OG ANNONCER

Teknisk Forlag A/S, Dansk Ingeniørforenings Forlag,
 V. Farimagsgade 31, København V, By. 9288

At betons deformationsforhold er så komplicerede skyldes i første række, at et betonlegeme ikke – i samme grad som et jernlegeme f. eks. – er uforanderligt i tiden. Tværtimod ændrer mange af betonens egenskaber (også de reologiske egenskaber) sig i tidens løb. Hertil kommer at betonen i langt højere grad end jernlegemet er påvirkelig af ydre forhold (lagringsomstændighederne).

Dette medfører, at man ved en kvantitativ prøvning af en reologisk egenskab hos et betonlegeme altid må opgive tidspunktet for prøvningen f. eks. i forhold til støbningstidspunktet og endvidere anføre, hvorledes lagringsforholdene har varieret, inden prøvningen foretoges.

En klarlægning af betons deformationsforhold kræver, at man først undersøger, hvilke variable deformationerne er afhængige af og derefter bestemmer de love, der gælder for disse afhængigheder.

De deformationsbestemmende faktorer kan opdeles i to hovedgrupper: 1. De »ydre« faktorer: belastningens størrelse, lagringsforholdene, indflydelse af tiden o. s. v. (Som senere omtalt viser det sig, at også det betragtede betonlegemes form og dimensioner er bestemmende for de relative deformationer).

2. De faktorer, der bestemmes af betonens indre struktur (cementtype, art af tilslag, blandingsforhold, betonens komprimering o. s. v.).

Såfremt man søger at opnå en fuldstændig forståelse af de processer, der foregår, når et betonlegeme deformeres, kommer man selvsagt ikke uden om at studere, hvad der sker »inde i betonen« under deformationen d. v. s. studere virkningen af de til 2. gruppe hørende faktorer. Mange deformationsteorier er i tidens løb opstillet, der henvises desangående til litteraturfortegnelsen [33 T 1], [36 S 1], [41 M 3], [42 P 5] og [48 S 9] samt til den oversigtsmæssige behandling i [40 D 2], [51 A 10], [52 L 3] og [55 N 3].

Det fremgår af litteraturen, at man endnu ikke har nogen teori, der giver en tilfredsstillende forklaring på alle deformationsfænomenerne.

Imidlertid har man heller ikke fuld klarhed over, hvorledes deformationerne, opfattet som rent ydre, målelige formforandringer, varierer med de til 1. gruppe hørende »ydre« variable.

Ved en undersøgelse af betons deformationsforhold forekommer det rimeligt i første omgang at finde ud af, hvorledes deformationsfænomenerne giver sig til kende udadtil og varierer med de »ydre« bestemmende faktorer, inden man søger forklaring på fænomenerne ved et studium af betonens »indre mekanik«.

I de følgende afsnit er der omtalt nogle af de vanskeligheder, man støder på, når man forsøger at redegøre for nogle af betons deformationsforhold betragtet under ovennævnte synsvinkel (deformationerne opfattet som ydre fænomener varierende med »ydre« variable). Endvidere fremsættes på basis af litteraturstudier visse hypoteser for den lovmæssige sammenhæng mellem de forskellige deformationsbidrag og nogle af de bestemmende »ydre« variable. Endelig er der gjort et forsøg på at forklare de enkelte deformationsbidrags særlige karakterer.

Det understreges, at de love, der fremsættes, udtrykkes på en rent kvalitativ form, ligesom størrelsesordenen af de virkeligt forekommende deformationer og størrelsesforholdet mellem de forskellige deformationsbidrag ikke omtales, der henvises desangående til litteraturfortegnelsen. Endvidere påpeges, at den overvejende del af de viste figurer og de heri forekommende længdemål, tider o. s. v. må opfattes rent kvalitativt, samt at der af forholdet mellem tilsvarende størrelser intet kan sluttes med hensyn til overensstemmelse med virkelige forhold.

Inden de mere komplicerede betondeformationer, der til daglig omtales som »svind« og »krybning«, behandles, skal først, til forklaring af grundlæggende begreber som elasticitet, plasticitet og fluiditet, omtales visse simple typer af deformationer, der kan forekomme i forbindelse med ideale materialer.

Ideale materialer.

Udtrykket »idealt« materiale er her benyttet om materialer, hvis deformationer kun afhænger af den påførte spænding σ (kraft pr. arealenhed) og tiden t . Som mål for deformationerne vil (når disse forekommer på grund af belastning) blive benyttet den *relative* længdedeformation $\frac{\Delta l}{l}$ i kraftretningen, betegnet med ϵ .

1. IDEALELASTISK MATERIALE.

For et idealelastisk materiale gælder, at ϵ kun afhænger af σ , tiden er altså uden indflydelse på deformationerne. ϵ er voksende med σ , og til enhver endelig værdi af σ svarer en endelig værdi af ϵ . Endvidere gælder, at kurverne for belastning og aflastning er sammenfaldende, d. v. s. der optræder ingen blivende deformationer ved aflastning.

Da ε ikke afhænger af t , er deformationerne momentane. En belastnings- og aflastningskurve for et idealelastisk materiale kan f. eks. have et udseende, som vist på fig. 1.

Såfremt Hooke's lov gælder, er σ, ε -diagrammet en ret linie, der fremstilles ved ligningen $\sigma = E \cdot \varepsilon$, hvor konstanten E (liniens hældningskoefficient) benævnes *elasticitetskoefficienten*. Et idealelastisk materiale (der følger Hooke's lov) kan anskueliggøres ved en fuldstændig elastisk skruefjeder, som afbildet på fig. 2.

2. IDEALPLASTISK MATERIALE.

Ligesom ved det idealelastiske materiale er ε ved et idealplastisk materiale kun afhængig af σ , og for belastningskurven gælder iøvrigt det samme som for det idealelastiske materiales belastningskurve. Aflastningskurven går derimod vinkelret på ε -aksen, d. v. s. hele deformationen er blivende – »plastisk« – ved aflastning. Et σ, ε -diagram for et idealplastisk materiale er vist på fig. 3. Belastes påny efter forudgående belastning og aflastning, fremkommer den på figuren viste punkterede kurve.

Et idealplastisk materiale (hvis belastningskurve følger Hooke's lov) kan fremstilles ved en fuldstændig elastisk skruefjeder forsynet med en arreteranordning, se fig. 4.

3. IDEALFLUIDT MATERIALE.

I modsætning til de to tidligere nævnte ideale materialer er ε i dette tilfælde afhængig af både σ og tiden t .

Den simpleste form for et fluidt materiale fremstilles ved en funktion af typen $\varepsilon = k \cdot \sigma \cdot t$, hvor k er en konstant. Denne funktion afbildes i σ, ε, t -rummet ved den flade, der fremkommer, når t -aksen drejer om σ -aksen (med konstant vinkelhastighed) samtidig med, at den forskydes i dennes positive retning (med konstant hastighed).

Af $\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = k \cdot \sigma$ ses, at deformationshastigheden er entydigt bestemt ved kraften. Konstant kraft giver således konstant deformationshastighed, og deformationerne vokser ubegrænset. Endvidere ses af $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = k \cdot t$, at deformationen er 0 for momentant påført kraft. På fig. 5 er vist et σ, ε, t -diagram for et idealfluidt materiale ($\varepsilon = \frac{1}{8} \cdot \sigma \cdot t$). Planer vinkelrette på

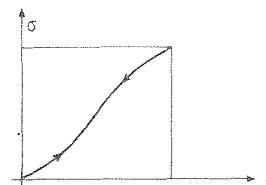


Fig. 1. σ, ε -diagram for idealelastisk materiale.
 σ, ε -diagram for ideal-elastic material.



Fig. 2. Model af idealelastisk materiale.
Model of ideal-elastic material.

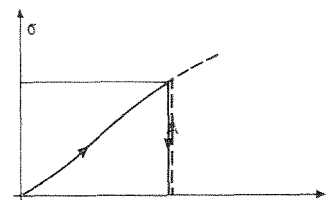


Fig. 3. σ, ε -diagram for idealplastisk materiale.
 σ, ε -diagram for ideal-plastic material.



Fig. 4. Model af idealplastisk materiale.
Model of ideal-plastic material.

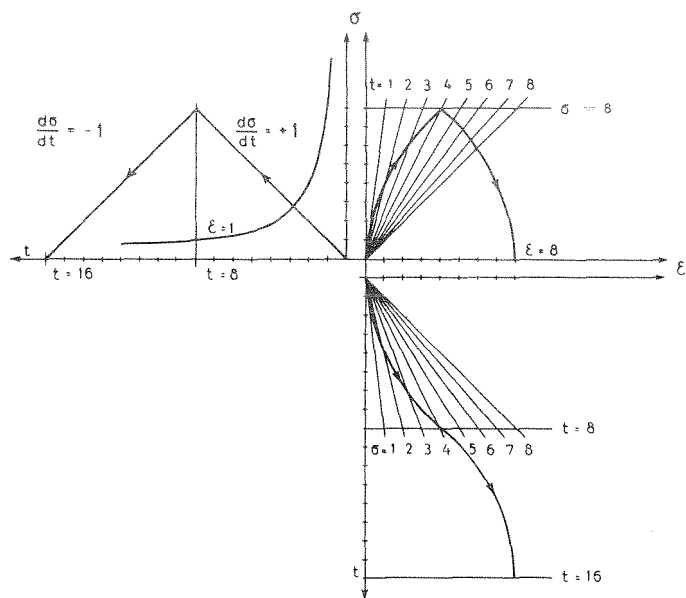


Fig. 5. σ, ϵ, t -diagram for ideal fluid material.
 σ, ϵ, t -diagram for ideal-viscous material

henholdsvis t - og σ -aksen skærer fladen (der fremstilles ved den nævnte ligning) i rette linier. Planer vinkelrette på ϵ -aksen skærer fladen i ligesidede hyperbler.

Ved momentan aflastning til 0 er hele deformationen blivende (plastisk), ved langsommere aflastning vokser deformationen yderligere. På fig. 5 er tillige vist projektionerne af arbejdskurven for belastning med konstant belastningshastighed $\frac{d\sigma}{dt} = 1$ indtil $\sigma = 8$, og derefter aflastning

med hastigheden $\frac{d\sigma}{dt} = -1$ til 0 igen. Projektionerne på σ, ϵ -planen og ϵ, t -planen er dele af parabler.

Et idealfluidt materiale kan anskueliggøres ved en model, som vist på fig. 6, en vædskefyldt cylinder med et stempel, der ikke slutter tæt.



Fig. 6. Model af idealfluidt materiale.
Model of ideal-viscous material.

I stedet for ved funktionen $\epsilon = k \cdot \sigma \cdot t$ kunne man lige så godt tænke sig et fluidt materiale fremstillet ved en funktion af formen $\epsilon = k \cdot \sigma^a \cdot t^b$. Skæringskurverne med planer vinkelrette på henholdsvis t - og σ -aksen bliver da (i stedet for rette linier) parabler af henholdsvis a 'ende og b 'ende orden.

Andre ideale materialer.

Ved at kombinere to eller tre af de viste modeller på forskellige måder kan man fremstille modelafbildinger af endnu flere typer af materialer. Anbringer man således skruefjederen og skruefjederen med arreteranordning i serie, får arbejdskurven for det derved fremstillede elastisk-plastiske materiale et udseende, som vist på fig. 7. Anbringes de to modeller derimod parallelt, fremkommer igen et idealplastisk materiale.

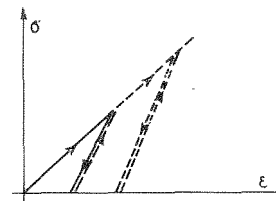


Fig. 7. σ, ϵ -diagram for elastisk-plastisk materiale.
 σ, ϵ -diagram for elasto-plastic material.

Vi vil ikke studere alle de kombinationer, der kan fremkomme, men nøjes med at betragte en model, som vist på fig. 8, altså det fluid-elastiske materiale, der fremstilles ved en parallel anbringelse af den idealelastiske og den idealfluide model.

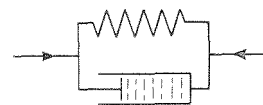


Fig. 8. Model af fluid-elastisk materiale.
Model of visco-elastic material.

Skruefjederen fremstilles reologisk ved $\sigma_F = E \cdot \epsilon$. For den vædskefyldte cylinder gælder ligningen $\frac{d\epsilon}{dt} = k \cdot \sigma_C$, hvor k er en konstant, der afhænger af vædskens viskositet, stemplets og cylinderens størrelse og form o.s.v.

Påføres modellen momentant spændingen σ , kan deformationen ε findes af:

$$\sigma = \sigma_F + \sigma_C = E \cdot \varepsilon + \frac{1}{k} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} \quad \text{Herefter: } \frac{d\varepsilon}{dt} + k \cdot E \cdot \varepsilon = k \cdot \sigma$$

$$\text{Ved integration fås: } \varepsilon = \frac{\sigma}{E} (1 - e^{-kEt})$$

Den i cylinderen indeholdte vædske vil i første øjeblik optage hele lasten, og deformationen er 0. Derefter begynder modellen at deformeres, idet skruefjederen overtager mere og mere af belastningen, og ε vil med tiden asymptotisk nærme sig værdien $\frac{\sigma}{E}$.

Idet ε efter uendelig lang tids forløb er lig $\frac{\sigma}{E} = \varepsilon_\infty$, bemærkes, at deformationshastigheden kan udtrykkes som $\frac{\delta\varepsilon}{\delta t} = E \cdot k (\varepsilon_\infty - \varepsilon)$, d.v.s. den hastighed, hvormed legemet deformeres, er proportional med den tilbageværende deformation.

Ved aflastning vil modellen søge at komme tilbage i sin udgangstilstand, teoretisk sker dette dog først efter uendelig lang tids forløb.

Før passende værdier af E og k vil ε ved belastning i praksis hurtigt antage en værdi meget nær lig $\frac{\sigma}{E}$, $\frac{\delta\varepsilon}{\delta t}$ vil da være ≈ 0 , d.v.s. yderligere formforandring af legemet (modellen) er ikke målelig. På tilsvarende måde vil modellen ved aflastning ret hurtigt vende tilbage til udgangstillingen.

På fig. 9 er i et σ, ε, t -system vist projektionerne af arbejdskurven (momentan belastning, derefter forløb af tiden t_1 og momentan aflastning) for at sådant materiale, idet der er regnet med, at ε antager grænseværdien $\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E}$ i løbet af tiden t_1 .

Ved omtalen af det idealelastiske materiale blev betegnelsen elastisk brugt i betydningen reversibel eller genvindelig, men vel at mærke momentant genvindelig. Benytter man – som man ofte gør i praksis – betegnelsen elastisk om alle genvindelige deformationer, (heri altså indbefattet deformationer, der først genvindes efter en vis tids forløb) kan også ε_1 på fig. 9 benævnes en elastisk deformation (af fluid karakter).

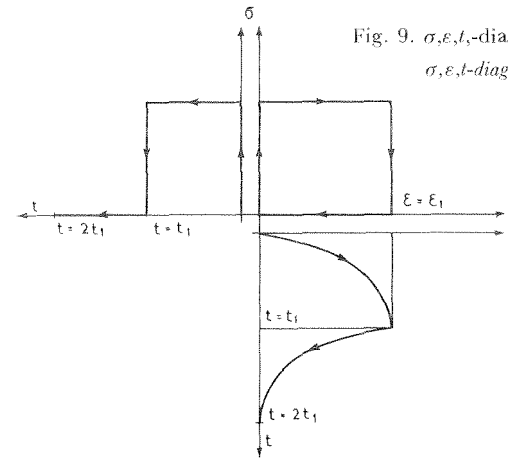


Fig. 9. σ, ε, t -diagram for fluid-elastisk materiale.
 σ, ε, t -diagram for visco-elastic material.

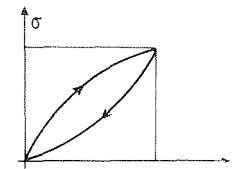


FIG. 10. Muligt σ, ε -diagram for fluid-elastisk materiale.
Potential σ, ε -diagram for visco-elastic material.

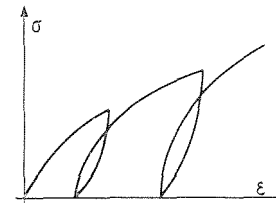


FIG. 11. Hysteresefenomenet ved skiftende belastning og aflastning.
Hysteresis phenomena in connection with alternating loading and unloading.

Ved langsommere belastning og aflastning af den fluid-elastiske model kan fremkomme en arbejds-kurve, som vist på fig. 10.

Såfremt man anbringer modellen på fig. 8 i serie med den idealplastiske model på fig. 4, ser man, at der ved skiftende belastning og aflastning kan fremkomme en arbejds-kurve med hysteresesløjfer, som vist på fig. 11.

Arbejdskurver af denne art forekommer f.eks. i geoteknikken ved konsolideringsforsøg med lerarter. Det fremgår af det forudgående, at hysteresesløjferne kun viser, at ε foruden af σ også er afhængig af t .

I betegnelsen »fluid deformation«, som benyttet her, ligger altså

kun, at deformationen er tidsafhængig – i modsætning til en momentan deformation.

Om en deformation er elastisk eller plastisk ses først ved aflastning, idet en elastisk deformation genvindes, mens en plastisk deformation ikke er genvindelig.

En elastisk deformation kan enten være momentan-elastisk eller fluid-elastisk, alt efter om deformationen er tidsafhængig eller ikke.

Ikke-ideale materialer.

I virkeligheden findes der næppe noget materiale, der vil opføre sig helt som et af de omtalte ideale materialer. Muligvis vil det i et σ -område være næsten idealelastisk, men i et andet område måske fluidt. Endvidere forekommer det ofte, at deformationsegenskaberne afhænger af, hvor mange belastnings-aflastningscykler materialet (prøvelegemet) har været underkastet.

Beton.

Som nævnt i indledningen er betons deformationsforhold meget komplicerede. De væsentligste årsager hertil er, at deformationsegenskaberne ændrer sig med tiden, efterhånden som betonen hærder, samt at ϵ , foruden af σ og t , også er afhængig af lagringsforholdene. Alt i alt er det i praksis ofte vanskeligt at rede ud, hvilke årsager de forekommende deformationer kan tilskrives.

Som de fleste andre stoffer deformeres beton på grund af varierende temperatur, disse temperaturdeformationer vil blive negligeret i det følgende, idet temperaturen regnes holdt konstant.

Hyppigt ser man betonens deformationer delt op i tre grupper: »elastiske« deformationer samt svind- og krybningsdeformationer. I modsætning til de »elastiske« deformationer, der fremkommer øjeblikkeligt ved belastning, er krybningen betegnelsen for de deformationer, der fremkommer på grund af belastning gennem længere tid, altså deformationer af fluid karakter. Endelig er svindet betegnelsen for de formændringer, der finder sted, når et betonlegeme uden belastning lagres i luft (på grund af vandafgivelse).

Selv uden at kende noget til fænomenerne overhovedet, kan man indse, at disse definitioner er ret løse. Ethvert legeme er underkastet tyngdens påvirkning, så hvis ikke det betonlegeme, der er tale om, har så små dimensioner, at krybningen på grund af egenvægt er uden betydning i forhold til det »rene« svind, er ovennævnte opdeling ikke til at foretage. Imidlertid er de forsøgslegemer, der arbejdes med i laboratorium så små, at tyngdens indvirkning er forsvindende eller kan gøres forsvindende. F. eks. kan man ved svindforsøg med stangformede prøvelegemer lade disse ligge ned under forsøgene. Endelig kunne man komme helt uden om problemet ved at sige, at der med belastning kun menes »nyttelast« eller »med vilje påført« belastning. Omend det på denne måde var muligt at skelne mellem de forskellige deformationsårsager, ville det i hvert fald være uvidenskabeligt.

For at undersøge om definitionerne, krybning = langtidsdeformationer på grund af påførte kræfter, og svind = deformationer, der fremkommer uden kraftpåvirkning på grund af vandafgivelse, overhovedet er videnskabelige, d. v. s. er i overensstemmelse med virkelige forhold, må deformationerne og deres årsager undersøges nærmere.

Foruden af σ og t afhænger et betonlegemes deformationer som nævnt af lagringsforholdene. I det følgende vil der kun blive tale om vandlagring eller lagring i atmosfærisk luft med et eller andet fugtighedsindhold. Indholdet af fugt udtrykkes ved det relative fugtighedsindhold θ , hvor $0 \leq \theta \leq 100\%$.

Almindeligvis vil der ved lagring i luft finde et *svind* sted på grund af vandafgivelse, mens der ved vandlagring sker en udvidelse, *svelning*, på grund af vandoptagelse. Denne vandafgivelse eller -optagelse er rimeligvis ikke kun af fysisk, men også af kemisk natur, idet kitmassens afbindingsproces påvirkes af mængden af det tilstedeværende vand samt af dets tilstandsform.

Forsøg viser, at det er umuligt at fremstille sådanne konstante forsøgsbetingelser, at der ikke foregår nogen vandudveksling. Da svind og svelning fremkommer på grund af vandudvekslingen med omgivelserne, vil det være rimeligt at sammenknytte disse begreber og undersøge, hvorledes formændringerne (uden nogen påført ydre belastning) afhænger af *vægtændringerne*, der let lader sig måle. Herom handler de to næst afsnit.

Forinden skal dog understreges, at selv om man udfører trykforsøg i luft, ved hvilke der ikke påføres nogen ydre last (bortset fra tyngden), er dermed ikke sagt, at der ingen ydre kræfter virker på forsøgslegemerne.

Tværtimod er de kapillære kræfter, der opstår, når beton tørrer ud, anselige, hvad man kan efterprøve ved at foretage knusningsforsøg med to sæt prøvelegemer (samme betonsammensætning, alder o.s.v.), hvor legemerne i det ene sæt er gennemvåde, mens der fra legemerne i det andet sæt foregår en fordampning. Som bekendt vil de sidstnævnte legemer – alt andet lige – have betydeligt større knusningsstyrker end de førstnævnte på grund af tværkræfterne, som de kapillære kræfter (hidrørende fra fordampningen) fremkalder. Størrelsen af de kapillære kræfter kan findes ved at udføre triaksialforsøg med nogle af legemerne i det første sæt.

Skellet mellem svind og krybning, jvf. de tidligere nævnte definitioner, er derfor ureelt, idet svind ikke kan tænkes at foregå uden påvirkning af ydre kræfter (og heraf fremkaldte indre spændinger i betonlegemet).

I næste afsnit omtales, hvorledes vandudvekslingen afhænger af lagringsomstændighederne og tiden. Som mål for vandudvekslingen vil blive anvendt den relative vægtændring v (vægtændring pr. vægtenhed af forsøgslegemet).

Vandudveksling som funktion af tid og lagringsforhold.

L'HERMITE [54 L 2] o.a. angiver, at vandudvekslingskurverne i almindelighed vil have et udseende, som vist på fig. 12 (v = relativ vægtændring, θ = relativ luftfugtighed, t = tiden, regnet fra forsøgenes begyndelse).

Inden kurverne diskuteres nærmere, bemærkes, at deres forløb afhænger af tiden fra støbning til forsøgenes begyndelse (dette tidsrum betegnes i det følgende med t_0 , mens t er tiden fra forsøgsstart) samt af lagringsforholdene i dette tidsrum. Som nævnt tidligere kan man ikke fremstille sådanne konstante forsøgsbetingelser, at der ikke finder nogen vandudveksling sted. Hvis kurverne på fig. 12 hidrører fra forsøg med 28 dogn gamle vandlagrede prøvelegemer, er disse kurver de samme som vist i koordinatsystemet II på fig. 13, hvor kurverne i system I svarer til $t_0 = 1$ døgn og vandlagring i dette tidsrum.

Kurverne kan tænkes at være fundet på følgende måde:

Fire sæt ens prøvelegemer (med »ens« menes samme dimensioner, samme betonsammensætning, komprimering o.s.v. og samme lagringsmåde i tidsrummet fra støbning til forsøgenes begyndelse) anbringes til tiden $t = 0$ under de forskellige lagringsomstændigheder: atmosfærisk luft med rela-

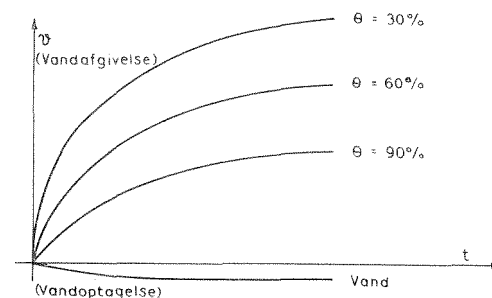


Fig. 12. Vandudveksling ved forskellige lagringsforhold.
Curves of waterexchange at different curing conditions.

tiv luftfugtighed θ hhv. 30, 60 og 90% samt vandlagring, hvorefter vægtændringerne med jævne mellemrum findes ved vejning.

Kurverne i koordinatsystemet III svarer til $t_0 = 14$ døgn, med vandlagring i det første døgn og derefter lagring de resterende 13 døgn i atmosfærisk luft med 60% relativ fugtighed.

I forbindelse med kurvernes forløb kan nu stilles følgende spørgsmål:

1. Har kurverne bestemte grænseværdier og i bekræftende fald, er disse grænseværdier de samme uanset varierende t_0 og lagringsmåde i dette tidsrum?
2. Hvordan er kurvernes form og indbyrdes beliggenhed?

ad 1. Det er rimeligt at forvente, at kurverne går mod bestemte grænseværdier, idet vandafgivelse eller -optagelse ikke vil foregå i det uendelige ved konstante lagringsforhold. Men samtidig må man forvente, at den tid, det tager, inden forsøgslegemerne når disse grænser, afhænger af legemernes størrelse og form, idet vandudvekslingen foregår fra betonens frie overflade, hvorfor forholdet mellem legemernes overflade og volumen må spille en rolle.

L'HERMITE, der har foretaget et stort antal forsøg i forbindelse med cementpastas, mørtels og betons vandafgivelse og -optagelse, angiver, at grænseværdierne – alt andet lige – er de samme uanset lagringsforholdene inden forsøgene. Kurverne i de tre koordinatsystemer på fig. 13 skulle således efter en vis tids forløb falde sammen. Såfremt L'HERMITE har ret, vil

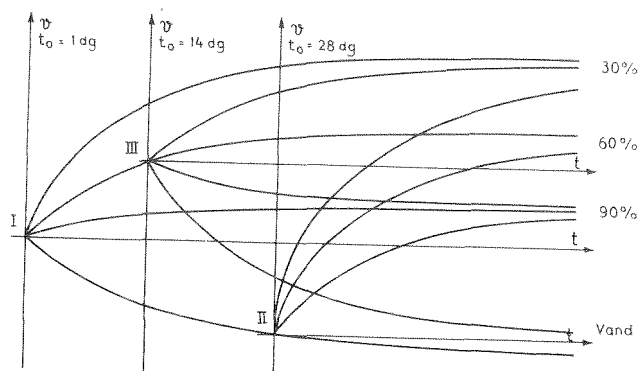


Fig. 13. Vandudvekslingskurver ved varierende lagringsforhold.
Curves of waterexchange at varying curing conditions.

det da undertiden kunne forekomme (som ved 90%-kurven i koordinat-system III på fig. 13), at beton vil optage vand ved luftlagring (og derved muligvis svulme). At beton afgiver vand i luft (og derved svinder – se næste afsnit) er da en forenklet udtryksmåde; at det er det almindeligste skyldes sikkert, at der oftest i praksis er rigeligt med vand (såvel overskud af støbevand som tilført vand) til stede under afbindingen og den første del af hærdningen. At man netop med vilje tilfører friske betonkonstruktioner vand »for at formindske svindet«, må da forstås derhen, at man kun udsætter udtørringen – og dermed svindet – til det tidspunkt, da betonen er stærk nok til at kunne modstå de med svindet forbundne – for omtalte – uundgåelige indre spændinger. Den endelige udtørring (og slutsvindet, se næste afsnit) er ifølge L'HERMITE uafhængig af, hvor lang tid betonen, inden den udsættes for udtørring, har været vandlagret.

ad 2. Det er ikke urimeligt at antage, at den hastighed, hvormed en vandudveksling vil finde sted ved en ændring af den relative luftfugtighed fra θ_1 til θ_2 (eller fra luft til vand eller omvendt), er proportional med differensen mellem grænseværdien v_g for v ved $\theta = \theta_2$ og det eksisterende vandindhold, altså:

$$\frac{dv}{dt} = k(v_g - v),$$

hvor k er en konstant (altså en differentilligning af samme form, som omtalt side 8).

Ved integration fås: $v = v_g (1 - e^{-kt})$.

L'HERMITE angiver følgende udtryk for v (af samme form som ovenstående udtryk), som værende i god overensstemmelse med virkeligheden:

$$v = v_g \left(1 - e^{-\frac{k}{D}\sqrt{t}} \right)$$

I L'HERMITE's formel indgår størrelsen $D =$ forholdet mellem det betragtede legemes volumen og frie overflade samt konstanten k , der afhænger af betonens struktur og t_0 samt af lagringsomstændighederne i dette tidsrum.

Skrives formelen som: $\frac{k}{D} \cdot \sqrt{t} = -\ln\left(\frac{v_g - v}{v_g}\right)$

ses, at hvis et betonlegeme L_1 med forholdet $D = D_1$ har afgivet f.eks.

90% af sit vandindhold til tiden $t = t_1$ (altså $\frac{v_g - v}{v_g} = 0,1$), da vil et med

L_1 ligedannet (og iøvrigt »ens«) betonlegeme L_2 med forholdet $D = D_2 = n \cdot D_1$ ($n > 1$) under de samme omstændigheder have afgivet 90% af sit vandindhold til tiden $t_2 = n^2 \cdot t_1$.

Processen i det lille legeme L_1 sker altså n^2 gange så hurtigt som i det n gange større legeme L_2 .

Ved differentiation af L'HERMITE's udtryk for v bliver ændringen i relativ vægtændring pr. tidsenhed:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{k}{2D} \frac{(v_g - v)}{\sqrt{t}} = -\frac{k^2}{2D^2} \frac{v_g \left(1 - \frac{v}{v_g}\right)}{\ln\left(1 - \frac{v}{v_g}\right)}$$

Da de med udtørringen – og det herved frembragte svind – forbundne ulemper såsom fremkomsten af svindrevner i betonoverfladen, sikkert ikke kun er afhængige af udtørringens – og svindets – endelige størrelse, men også af hvor hurtigt en ændring af vandindholdet (og deraf følgende deformation) sker, ses af ovenstående udtryk, at man kan formindske faren for revnedannelse ved at lade udtørringen ske gradvis. Dette forhold tager man i praksis hensyn til ved passende tildækning (og vandoversprøjtning) af friske betonkonstruktioner, så pludselig udtørring – og evt. solbestråling med deraf følgende vandafgivelse – undgås.

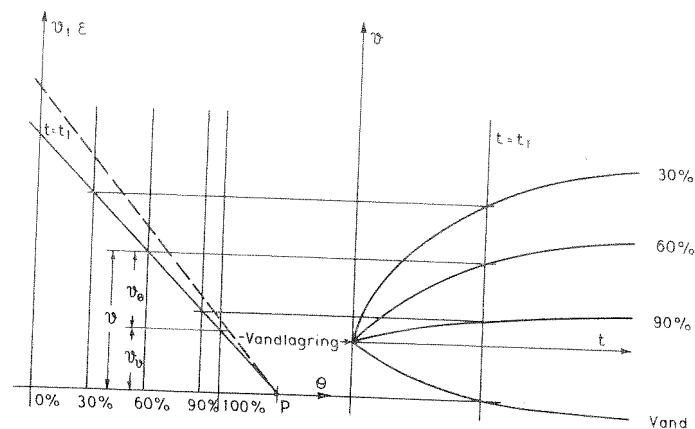


Fig. 14 Vandudveksling (og svind) som funktion af t og θ .
Waterexchange (and shrinkage) as a function of t and θ .

Angående udtørningskurverne angiver L'HERMITE iøvrigt, at afstanden mellem disse er proportional med forskellen i θ -værdi, d. v. s. man kan interpolere lineært mellem de forskellige θ -kurver.

Vandlagringskurven indtager på flere måder en særstilling, bl. a. der ved, at der altid vil finde vandoptagelse sted ved lagring under vand. Kurven har iøvrigt jvf. L'HERMITE samme form som kurverne for luftlagring.

Af hensyn til fremstillingen i det følgende afsnit vil vi benytte vandlagringskurven som referencekurve. Ved v forstås herefter forskellen i relativt vandindhold mellem et i en vis tid vandlagret prøvelegeme og et tilsvarende prøvelegeme lagret i luft i samme tid. På Grund af ækviditansen mellem luftlagringskurverne vil v som funktion af θ til et givet tidspunkt $t=t_1$ afbildes ved en ret linie, som vist på fig. 14.

For voksende t -værdier vil linierne komme til at hælde mere og mere, indtil grænseværdierne er nået.

For bestemte værdier af θ og t kan v udtrykkes som en sum af to bidrag: $v=v_v+v_\theta$, hvor v_v = det frie vand, er det vand, der afgives ved 100% relativ fugtighed i tiden t , mens v_θ = det hygroskopisk bundne vand, er den ekstra vandmængde, der afgives ved den relative fugtighed θ i samme tidsrum.

Jvf. L'HERMITE kan de to bidrag udtrykkes som:

$$v_v = v_{vg} \left(1 - e^{-\frac{k_1}{D} \sqrt{t}} \right) \quad \text{og} \quad v_\theta = v_{\theta g} \left(1 - \frac{\theta}{100} \right) \left(1 - e^{-\frac{k_2}{D} \sqrt{t}} \right)$$

(»g« står i begge formler for »grænseværdi«).

Det fulde udtryk for v bliver da:

$$v = v_{vg} \left(1 - e^{-\frac{k_1}{D} \sqrt{t}} \right) + v_{\theta g} \left(1 - \frac{\theta}{100} \right) \left(1 - e^{-\frac{k_2}{D} \sqrt{t}} \right)$$

v_{vg} og $v_{\theta g}$ er kun afhængige af betonens indre struktur (cementtype, blandingsforhold, komprimering o. s. v.). Konstanterne k_1 og k_2 er også afhængige heraf, men desuden af t_0 , tidsrummet fra støbning til forsøgenes begyndelse, og lagringsforholdene i dette tidsrum.

Spørgsmålet om betons vandafgivelse og -optagelse er endnu langt fra klarlagt (helt bortset fra spørgsmålet om de forskellige betonkomponenters indflydelse). L'HERMITE's teorier er utvivlsomt kun en tilnærmelse til de virkelige forhold, og selv om tilnærmelsen muligvis er brugelig for de θ -værdier, der hyppigst forekommer i naturen, er overensstemmelsen sikkert problematisk for værdier nær $\theta=0$, idet betonens hærdningsproces muligvis ændres ved meget lave relative luftfugtigheder.

Svind og svelning.

Vi tænker os nu, at der samtidig med vægtmålingerne af prøvelegemerne i forrige afsnit også er foretaget målinger af legemernes deformationer. Såfremt forsøgslegemerne har været langagtige prismer, kan deformationerne f. eks. være målt ved den længste sides relative længdeændringer

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (\text{Svind- og svelningsdeformationernes størrelse i de tre koordinatretninger samt afhængigheden af legemets form og størrelse er et spørgsmål for sig, som ikke skal diskuteres nærmere her. Umiddelbart er det ikke urimeligt at antage, at } \varepsilon \text{ ved et kasseformet legeme er ens i alle retninger}).$$

Afsættes ε som funktion af t , fremkommer for hver θ -værdi en kurve af lignende udseende som v , t -kurverne på fig. 14. Såfremt prøvele-

gernerne har været vandlagrede i tiden t_0 , vil betonen ved overgang til luftlagring svinde (og jo mere desto mindre θ -værdi), mens legemerne i vand vil udvide sig – svelle.

Ligesom for v i forrige afsnit vil vi regne svindet i forhold til vandlagringskurven, d. v. s. i det følgende menes med ε den relative længdefor mindskelse af et prøvelegeme sammenlignet med et i samme tid tilsvarende vandlagret prøvelegeme. Afbildes ε (defineret på denne måde) som en funktion af θ , fås jvf. L'HERMITE ligesom for v en retlinet afhængighed, som vist ved den punkterede linie i ε, θ -diagrammet på fig. 14.

Det interessante er imidlertid, at denne linie altid går igennem samme punkt P på abscisseaksen, som den tilsvarende v, θ -linie, d. v. s. svind og vandtab (begge regnet i forhold til vandlagringskurverne som beskrevet ovenfor) er proportionale.

Man kan derfor til enhver tid skrive svindet som: $\varepsilon = \mu \cdot v$, hvor $\mu =$ svindkoefficienten.

μ er ikke (for en bestemt beton) en konstant, men varierer med tiden, og jvf. L'HERMITE ifølge en lov af samme form, som de tidligere nævnte love for vandafgivelse:

$$\mu = \mu_g \left(1 - e^{-\frac{k_\mu}{D} \sqrt{t}} \right)$$

μ_g er en konstant, der afhænger af betonens sammensætning og struktur o. s. v., hvorimod konstanten k_μ , der også afhænger af disse forhold, desuden er afhængig af t_0 , i hvilket tidsrum legemerne har været vandlagrede. D er som før forholdet mellem volumen og fri overflade.

Man bemærker, at da μ vokser med tiden, vil det samme relative vandtab følgelig forårsage større svind, når vandet afgives f. eks. gennem 100 dage end gennem 28 dage (forudsat samme t_0).

Ifølge L'HERMITE vil der altså, jvf. udviklingen i de foregående afsnit, være en entydig sammenhæng mellem deformation og vandudveksling (når prøvelegemerne har været vandlagrede inden forsøgenes begyndelse), som udtrykt ved de nævnte love.

Vandlagring inden forsøgene er en forudsætning, idet det ikke for svindet – som for vandafgivelsen – gælder, at kurverne går mod bestemte grænseværdier uafhængigt af den forudgående lagring.

Ifølge L'HERMITE er tilsvarende svindkurvers grænseværdier ved forskellige t_0 -værdier kun de samme, når legemerne har været vandlagrede,

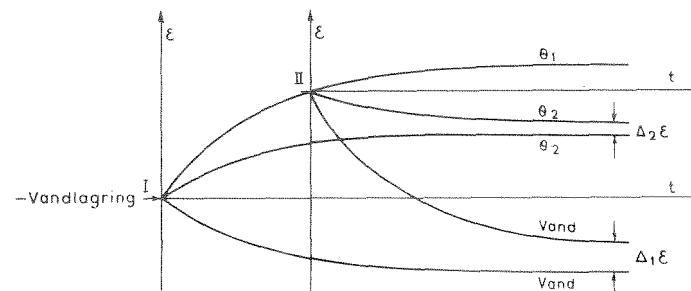


Fig. 15. Blivende svinddeformationer efter lagring i luft.
Non-elastic shrinkage deformations after curing in air.

inden forsøgene begynde. Efter forudgående luftlagring vil forholdene være mere komplicerede, som vist på fig. 15.

Efter L'HERMITE vil vandlagringskurven i koordinatsystem II (som det fremgår af figuren, har alle legemer i dette system i et vist tidsrum været lagret i luft med relativ luftfugtighed θ_1) ikke konvergere mod grænseværdien for den tilsvarende kurve i system I, men mod en højere-liggende værdi. Forskellen $\Delta_1\varepsilon$ mellem de to grænseværdier kan opfattes som en »blivende« forkortelse fremkommet ved lagringen i luft.

Om noget tilsvarende vil gøre sig gældende ved overgang fra en lavere til en højere θ -værdi er – såvelsom hele spørgsmålet om svindets variationer ved varierende lagringsomstændigheder – endnu uopklaret.

Hvis man, hvad der ligger nær, opfatter $\Delta_1\varepsilon$ som en af svindet frembragt »krybningsdeformation«, må man formode, at der ved overgang fra θ_1 til den højere værdi θ_2 vil fremkomme et billede, som vist på fig. 15, samt at den blivende deformation $\Delta_2\varepsilon$ er proportional med $\theta_2 - \theta_1$.

De næstfølgende afsnit omhandler de deformationer, der fremkommer, når betonen underkastes en – med vilje påført – ydre belastning.

Deformationer under belastning.

Ved trykforsøg med selv små påførte belastninger finder man, at et betonlegemes (af påført belastning fremkaldte) deformationer ikke alene

afhænger af belastningens størrelse, men også af den tid, som legemet henstår i under belastning. Betonlegemet deformeres altså fluidt, deformationerne vokser med tiden – betonen »kryber«.

Det følger heraf, at den arbejdskurve, der fremkommer ved belastning af et betonlegeme, afhænger af den hastighed, hvormed belastningen påføres. I almindelighed fremkommer ved forsøg en (nedad hult) krum arbejdskurve, der udviser større krumning, jo længere tid forsøget strækker sig over, se fig. 16. GLANVILLE, se [40 G 2], [45 E 1] og [52 L 3], der var en af de første, som udførte rationelt anlagte belastnings-tidsforsøg med betonprismer, opnåede ved små forsøgstider arbejdskurver, der kun afveg så lidt fra en ret linie (den punkterede linie på fig. 16), at man rimeligvis tør regne med en retlinet arbejdskurve ved momentan belastning ($\frac{d\sigma}{dt} = \infty$).

Dette gælder dog kun for visse værdier af σ , for σ -værdier i nærheden af σ_{brud} , gør sig særlige forhold gældende.

GLANVILLE fandt endvidere ved forsøg af lang tids varighed, at for σ -værdier i området $0 < \sigma < \frac{1}{3} \sigma_{brud}$ var de af σ fremkaldte deformationer til et givet tidspunkt proportionale med de påførte spændinger, som vist på fig. 17. Først efter meget lang tids forløb (flere år) var der ikke mere målelige deformationstilvækster, og deformationerne havde da nået deres endelige værdi (den rette linie svarende til $t = \infty$ på fig. 17. – Sammenlign iøvrigt med de rette linier i σ, ϵ -diagrammet på fig. 5).

Man bemærker, at krybningens virkning på betonen beregningsmæssigt (såfremt man anvender elasticitetsteoriens love ved spændings- og deformationsberegningerne) kan sidestilles med en aftagen af elasticitetskoefficienten fra den momentane værdi svarende til hældningskoefficienten for linien $t = 0$ til en slutværdi, svarende til hældningskoefficienten for linien $t = \infty$. (Forholdet mellem de to „elasticitetskoefficienter“ angives almindeligvis, på grundlag af forsøg, at være af størrelsesordenen 3–5).

For σ -værdier større end ca. $1/3 \sigma_{brud}$, vil σ, ϵ -afhængigheden ikke mere være retlinet, idet deformationstilvæksterne i dette område vokser hurtigere end spændingstilvæksterne. I det følgende regnes med, at $\sigma < 1/3 \sigma_{brud}$, hvilket almindeligvis også er tilfældet med de betontrykspændinger, der svarer til de i praksis forekommende brugsbelastninger.

Ved momentan belastning af et betonlegeme fremkommer altså jvf. fig. 17 en øjeblikkelig deformation (som følger Hooke's lov i det tidligere

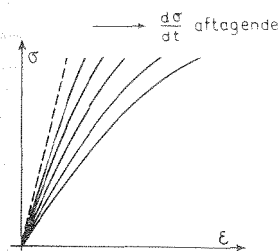


FIG. 16. Arbejdskurver ved forskellige belastningshastigheder.

Stress-strain diagrams at different rates of loading.

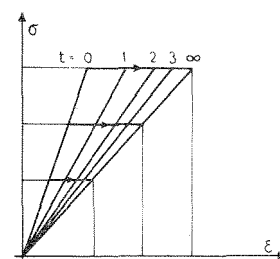


FIG. 17. Proportionalitet mellem spændinger og deformationer.

Proportionality between stress and strain.

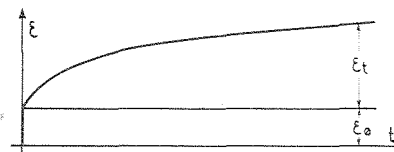


FIG. 18. Krybning som funktion af tiden.

Creep as a function of time.

nævnte spændingsområde) samt en krybningsdeformation, der vokser med tiden. Kaldes de to deformationer henholdsvis ϵ_0 og ϵ_t , vil ϵ_t vokse med tiden efter en kurve med det på fig. 18 viste udseende. ϵ_t vokser i begyndelsen hurtigt, derefter langsommere og nærmer sig med tiden en vis grænseværdi. Krybningskurverne er altså af samme form som svindkurverne.

Der er – så vidt vides – endnu ikke givet nogen tilfredsstillende forklaring på krybningsfænomenerne. Deformationer af fluid karakter fremkommer ved belastning af mange, selv faste, stoffer. At krybningen, i hvert fald delvis, skyldes rent stofflige egenskaber ved betonmaterialerne synes godtgjort af det forhold, at krybningsdeformationerne, alt andet lige, f.eks. varierer med tilslagets art, hvilket er eksperimentelt bekræftet [51 L 3].

Imidlertid er krybningen ikke udelukkende en materialeegenskab, idet deformationerne også afhænger af lagringsomstændighederne, f.eks. er krybningen ved luftlagring, alt andet lige, voksende med aftagende fugtighedsindhold af den omgivende luft. Det virker da heller ikke overraskende, at krybningen afhænger af betonlegemets form og dimensioner. Disse forhold leder, ligesom selve krybningskurvernes forløb, tanken hen på svind.

Inden krybningsdeformationernes ydre karakteristika omtales videre, skal i det følgende afsnit nærmere behandles forholdet mellem krybning og svind på grund af de to fænomeners tilsyneladende så nære samhørighed.

Krybning og svind.

Som tidligere nævnt kan der ikke fremstilles sådanne konstante lagringsforhold, at et betonlegeme ikke vil deformeres på grund af svind eller svelning. Betonen vil altså undergå formændringer, selv om der ikke direkte påføres nogen ydre belastning. Ved krybningsforsøg må man derfor, når svind- eller svelningsdeformationerne virker i samme eller modsat retning af de belastningsafhængige deformationer, finde disse deformationer som differensen mellem det belastede legemes totale deformationer og svind- eller svelningsdeformationerne målt på et ubelastet prøvelegeme, opbevaret under samme forsøgsomstændigheder som det belastede legeme (de to prøvelegemer skal iøvrigt være »ens« i den tidligere brugte betydning).

Spørgsmålet er imidlertid, om det belastede legeme svinder (eller sveler) ligeså meget eller mere end det ubelastede legeme. Ifølge L'HERMITE o. a. deformeres beton i en enakset spændingstilstand uden deformationer vinkelret på kraftretningen, d. v. s. Poissons tal er 0. Ved ensidig trykpåvirkning (og langt de fleste krybningsforsøg er udført som rene trykforsøg) vil prøvelegemets volumen således formindskes, efterhånden som betonen kryber.

Nogle forskere [48 S 9] har opstillet den teori, at denne volumenformindskelse ville medføre en udpresning af det i legemet indeholdte vand, d. v. s. krybningen ved tryk ville kunne forklares som et accelereret »svind«, fremkaldt af vandudpresningen. Herved ville samtidig krybningens afhængighed af prøvelegemets form og størrelse være forståelig. Imidlertid er det nok tvivlsomt, om en sådan fremskyndet vandafgivelse finder sted.

MANEY [41 M 3] angiver således ved forsøg at have fundet, at betonlegemer under trykpåvirkning ikke afgiver mere vand eller vanddamp end tilsvarende ubelastede legemer.

Iøvrigt ville en sådan »vandudpresningsteori« heller ikke kunne forklare, at der for krybningen ved træk gælder helt tilsvarende forhold som ved tryk (som angivet af L'HERMITE o. a.). (Med Poissons tal = 0,

forøges volumet ved træk, hvorfor trækket ikke kan fremme en eventuel »vandudpresning«).

Imidlertid er det dog ikke af denne grund udelukket, at der under krybningen finder en vandbevægelse sted, muligvis sker der inde i legemet på grund af spændingerne en omlejring af det i betonen indeholdte vand.

Samtidig med sin afvisning af »vandudpresningsteorien« fremsætter MANEY som sin teori, at krybningen ikke er et selvstændigt fænomen, men at krybningsdeformationerne er ekstra »elastiske« deformationer, fremkommet ved et samvirke mellem de af belastningen fremkaldte spændinger og de (ujævnt fordelte) spændinger, der, som tidligere forklaret, »induceres«, når et betonlegeme svinder.

En lignende forklaring fremsættes af PICKETT [42 P 5], idet denne dog samtidig forudsætter en ikke-liniær spændings-deformations afhængighed.

Disse teorier kan under visse (ukontrollable) forudsætninger forklare mange af krybningsfænomenerne, men en tilfredsstillende forklaring på alle fænomenerne synes de ikke at kunne give. F. eks. kan de ikke forklare, at beton kryber ved vandlagring, hvilket er vist eksperimentelt, se (55 N 3).

Utvivlsomt er der dog en eller anden – endnu ikke opklaret – forbindelse mellem svind og krybning, idet krybningens variation med lagringsomstændighederne afslører, at krybningen ikke udelukkende skyldes materialeegenskaber, men også er et overflade-volumenproblem.

Det var nærliggende i stedet for σ, ϵ -afhængigheden ved tryk eller træk at undersøge τ, φ -afhængigheden ved vridning af cylindre eller cylinder-skaller. Ved sådanne forsøg, ved hvilke man måler den relative sning φ som funktion af et påført moment (med hertil svarende forskydnings-spændinger τ), skal der ikke korrigeres for deformationerne fra svind eller svelning.

Torsionsforsøg af denne art er blevet udført, bl. a. af L'HERMITE, der imidlertid angiver som sin erfaring, at der ved vridning fremkommer krybningsdeformationer på helt tilsvarende måde som ved tryk og træk, samt at forholdet mellem den endelige krybning og den øjeblikkelige deformation er det samme i alle tilfælde. Der er dog endnu kun udført få langtidstorsionsforsøg, hvorfor de fleste problemer i forbindelse hermed ikke er undersøgt og stadig foreligger uopklarede. F. eks. kender man – så vidt vides – endnu ikke torsionskrybningens afhængighed af lagringsforholdene og prøvelegemernes størrelse og form.

Det ville være meget interessant, om der blev udført systematiske forsøg på dette område. Grunden til, at det – så vidt vides – endnu ikke er sket, er rimeligvis, at torsionsforsøg ikke kan udføres med så simpelt apparatur, som tilfældet er ved tryk- og trækforsøg. Desuden er det område, indenfor hvilket man kan variere forskydningspændingerne, ret lille, idet man, for at kunne drage analogislutninger mellem vridning og tryk, ikke kan vælge $\tau > 1/3 \sigma_{brud}^{træk}$.

Det fremgår af det foregående, at man endnu ikke er klar over, hvilke årsager krybningen kan henføres til. Rimeligvis er der flere forskellige årsager, idet krybningsfænomenerne skyldes både materiale- og overflade-volumenegenskaber hos betonen.

En del af krybningen er utvivlsomt nært forbundet med svindet, og det er da også både i praksis og i laboratoriet vanskeligt at skille svind- og krybningsdeformationerne ud fra hinanden. Det vil givetvis kræve et meget stort arbejde, såvel teoretisk som eksperimentielt, at nå frem til videnskabeligt holdbare forklaringer på de to fænomener.

Indtil videre må man stadig – rent nominelt – finde de af en påført spænding σ frembragte deformationer af et prøvelegeme som differensen mellem de totale deformationer og svind- eller svelningsdeformationerne målt på et ubelastet prøvelegeme, opbevaret under samme lagringsforhold som det belastede legeme. I det følgende forudsættes deformationerne fundet på denne måde (og svindet måles i forhold til udgangstilstanden ikke som før i forhold til vandlagring). I de næste afsnit regnes endvidere med luftlagring med konstant holdt θ -værdi, idet krybningens lovmæssige afhængighed af θ ikke er nøjere kendt.

Krybning.

BELASTNING.

Som vist på fig. 17 og 18 vil et betonlegeme, der belastes momentant, deformeres øjeblikkeligt og derefter med tiden deformeres yderligere. Såvel den øjeblikkelige deformation som krybningen aftager med voksende t_0 , d.v.s. med voksende alder af betonen ved belastning. Ved belastningsforsøg med »ens« prøvelegemer, hvor der momentant påføres den samme spænding til de forskellige tider t_{01} , t_{02} og t_{03} , fremkommer i princippet et billede, som vist på fig. 19 (krybningsdeformationerne ϵ_t er afsat over, de øjeblikkelige deformationer ϵ_0 under t -aksen).

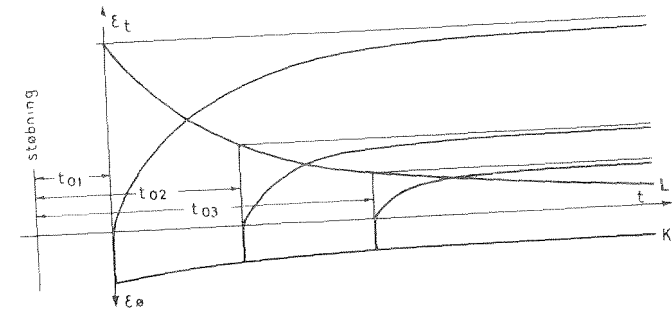


Fig. 19. Deformationerne aftager med voksende alder af betonen ved belastning.
Deformations decrease at increasing age of concrete when loaded.

ϵ_0 aftager med voksende t_0 efter en kurve K , hvis nøjere forløb – så vidt vides – ikke er nærmere kendt. Krybningskurverne har samme form som svindkurverne og kan rimeligvis – da de som nævnt går mod bestemte grænseværdier – fremstilles ved funktioner af samme art, som gjaldt for svindet, altså:

$$\epsilon_t = c_1 \cdot \sigma \left(1 - e^{-c_2 \cdot t^{c_3}} \right)$$

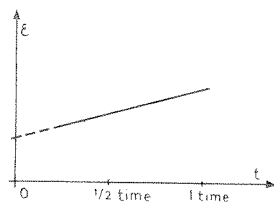
c_1 , c_2 og c_3 er funktioner, der afhænger af forskellige forhold, f. eks. betonnens sammensætning og komprimering, tidsrummet t_0 og den relative luftfugtighed θ .

Leddets $c_1 \cdot \sigma$, der angiver krybningens grænseværdier (svarende til $t = \infty$), varierer som funktion af t_0 efter en kurve som L på fig. 19.

AFLASTNING.

Ved momentan aflastning af et betonlegeme, der i nogen tid har henstået under belastning (og herved har fået den totale belastningsafhængige deformation $\epsilon_T = \epsilon_0 + \epsilon_t$), fremkommer i første øjeblik en momentan genvinding g_0 (der dog er mindre end den oprindelige øjeblikkelige deformation ved belastning ϵ_0). Den resterende del af ϵ_T forekommer altså i første øjeblik som en »plastisk« deformation af størrelse: $\epsilon_T - g_0$.

Fig. 20. Øjeblikkelig »plastisk« deformation som funktion af belastningstiden.
Instantaneous »plastic« deformation as a function of time under load.



L'HERMITE angiver, at såfremt man afsætter den ved aflastning målte »plastiske« deformation som funktion af den tid, betonlegemet har henstået i under belastning, vil der (for belastningstider op til ca. 1 time) fremkomme en (omtrentlig) ret linie, som vist på fig. 20.

Hvorledes forholdene er ved $t = 0$, kan man ikke efterprøve eksperimentielt, da det i praksis tager en vis tid at udføre operationerne: belaste til σ , måle den fremkomne deformation, aflaste til 0 og derefter måle den »blivende« deformation. Forlænger man imidlertid den rette linie på fig. 20 til venstre (som vist punkteret), vil forlængelsen ikke gå gennem koordinatsystemets begyndelsepunkt, hvilket indikerer, at der selv ved momentan belastning fremkommer blivende deformationer af betonen. Beton har således egenskaber fælles med de idealplastiske materialer.

Den »plastiske« deformation $\epsilon_T - g_0$, der fremkommer ved aflastning, er imidlertid ikke blivende, idet der med tiden, når betonlegemet henstår uden belastning, sker en fluid genvinding. Først efter lang tids forløb er betonen faldet helt til ro efter at have genvundet det fluide stykke g_t . g_t er altid mindre end den fluide deformation under belastning ϵ_t . Som man ser, svarer forholdene ved belastning og aflastning ganske til hinanden.

Angående selve aflastningskurvernes forløb er det rimeligt med Mc HENRY [43 M 5] at antage, at aflastning til tidspunktet $t = t_1$ blot svarer til en negativ belastning af størrelsen $-\sigma$ til dette tidspunkt, hvorfor man vil forvente (da krybningen er proportional med σ) at få et aflastningsbillede, som vist på fig. 21.

Ordinaterne til den fluide aflastningskurve fremkommer som differensen mellem belastningskurvens ordinater og ordinaterne til krybnings-

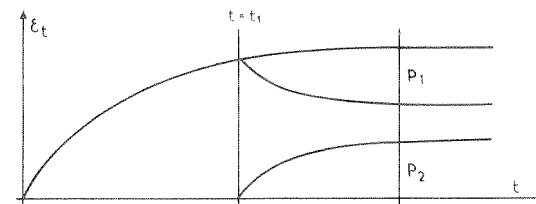


Fig. 21. Fluid genvinding ved aflastning.
Viscous recovery after unloading.

kurven for belastning til $t = t_1$. Ordinaten p_1 på fig. 21 vil altså til enhver tid være lig med ordinaten p_2 .

Et trykpåvirket betonlegemes σ, ϵ, t -forhold kan i grove træk anskueliggøres ved en model, som vist på fig. 22.

Modellen består af en idealelastisk, en fluid-elastisk og en idealplastisk model anbragt i serie.

Den øjeblikkelige deformation ved belastning ϵ_0 fremkommer ved sammentrykningen af skruefjedrene a og b , den fluide deformation – krybningen – ϵ_t ved den langsomme deformation af den fluid-elastiske model. Den øjeblikkelige genvinding ved aflastning g_0 skyldes fjederen a 's momentane udvidelse. På grund af fjederen b 's plastiske deformation er $g_0 < \epsilon_0$. Svindet fremkommer ved indvirkningen af kraften S .

At ϵ_0 aftager med voksende alder af betonen (voksende t_0) kan tænkes at fremkomme ved, at fjedrene a og b med tiden bliver stivere. På tilsvarende måde skyldes krybningens aftagen med voksende t_0 (og at g_t

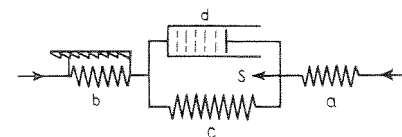


Fig. 22. Reologisk model af beton.
Rheological model of concrete.

ϵ_t), at fjederen c efterhånden bliver mere stiv. Såfremt krybningskurverne – hvad det ikke er urimeligt at antage – ved voksende t_0 antager en »fladere« form, kan dette sammenlignes med, at den i cylinderen d indeholdte vædske med tiden bliver mere viskos.

Sammenfattende vil tidens indflydelse på betonen altså svare til, at modellen efterhånden stivner – »hærdner«.

Benævnelser for deformationerne.

For at finde frem til passende benævnelser for deformationerne tænker vi os, at et betonlegeme til tiden $t = 0$ belastes momentant til spændingen σ , hvorefter det henstår under belastning i tiden t_1 , indtil krybningstilvæksten ikke mere er målelig. Efter forløb af tiden t_1 aflastes momentant, hvorpå legemet henstår en vis tid uden belastning, indtil det igen er faldet til ro. Idet svinddeformationerne ϵ_s måles på et tilsvarende ubelastet legeme, vil i princippet fremkomme et σ, ϵ, t -diagram, som vist på fig. 23.

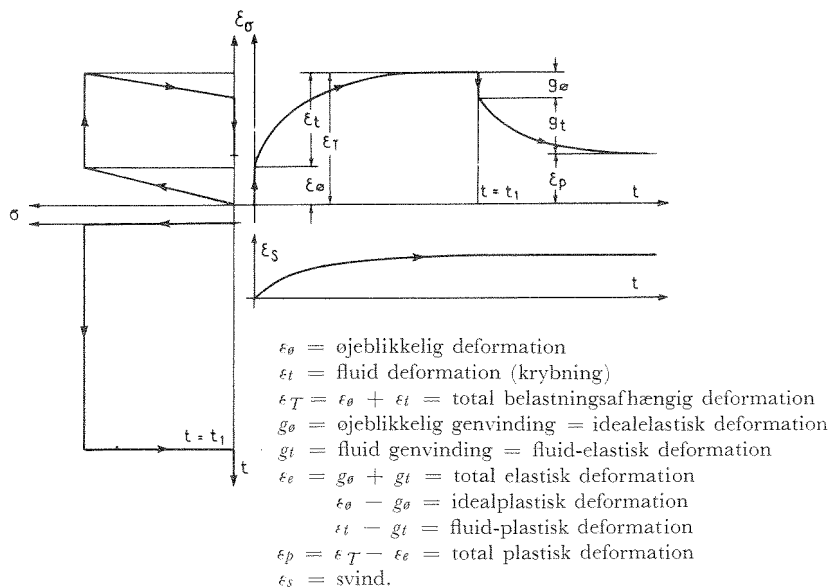


Fig. 23. Betegnelser for deformationerne.

Designation of deformations.

For de belastningsafhængige deformationer ϵ_σ kan man i overensstemmelse med det foregående benytte følgende betegnelser for de forskellige deformationsbidrag:

ϵ_θ = den øjeblikkelige deformation (= den deformation, der fremkommer momentant ved belastning).

ϵ_t = den fluide deformation = krybningen = (den deformation, der efter belastning fremkommer i tidens løb).

$\epsilon_T = \epsilon_\theta + \epsilon_t$ = den totale deformation (= den endelige deformation på grund af belastning).

Idet der aflastes momentant til $t = t_1$, kan

g_θ = den øjeblikkelige genvinding opfattes som den idealelastiske del af ϵ_θ , og differensen

$\epsilon_\theta - g_\theta$ som den idealplastiske del af ϵ_θ .

På tilsvarende måde kan

g_t = den fluide genvinding opfattes som den del af ϵ_t , der er fluid-elastisk, mens differensen

$\epsilon_t - g_t$ er den fluid-plastiske del af ϵ_t .

$\epsilon_e = g_\theta + g_t$ = den totale elastiske deformation, mens endelig

$\epsilon_p = \epsilon_T - \epsilon_e$ er den totale plastiske deformation.

Sluttelig mindes om (som forklaret tidligere), at alle de ovennævnte deformationsbidrag for så vidt er afhængige af tiden, idet de alle afhænger af tiden mellem støbnings- og belastningstidspunktet.

ENGLISH SUMMARY

The article gives a short review of some of the rheological properties of concrete. As an introduction some ideal materials are presented, in order to demonstrate the signification of terms as elasticity, plasticity and fluidity. The rheological properties of the ideal materials are illustrated with simple mechanical models.

Next the rheological properties of concrete, principally shrinkage and creep, are mentioned. According to theories stated by L'HERMITE a hypothesis comprising waterexchange and shrinkage of concrete as functions of curing conditions (relative humidity) and time is presented. Subsequently creep is dealt with, and the relation between shrinkage and creep is discussed.

Finally a comprehending presentation of the rheological properties of concrete, mentioned in the article, is set forth, and convenient designations of the deformations are suggested.

LITTERATURFORTEGNELSE

- [31 S 9] Elasticitet, plasticitet, fluiditet. F. SODEMANN. Ingeniøren. København. 1931. No. 31. pp. 373.
- [33 T 1] A Conception of the Creep of Unreinforced Concrete and an Estimation of the Limiting Values. F.G. THOMAS. The Structural Engineer. London. 1933. Nov. Vol. 11.
- [36 S 1] The Mechanics of Plastic Flow of Concrete. J.R. SHANK. Proc. ACI. Detroit. 1936. Nov.-Dec. Vol. 32. pp. 149.
- [40 D 2] Betons krybning. H. DÜHRKOP. Den tekniske Forenings Tidsskrift. København. 1940. April. Årg. 64. No. 4. pp. 97.
- [40 G 2] Plastisk deformation hos armerad betong. S. GIERTZ-HEDSTRÖM. Betong. Stockholm. 1940. No. 1. pp. 1.
- [41 M 3] Concrete under Sustained Working Loads. Evidence that Shrinkage Dominates Time Yield. G.A. MANEY. A.S.T.M. Proceedings. Philadelphia. 1941. Vol. 41. pp. 1021.
- [42 P 5] The Effect of Change in Moisture Content on the Creep of Concrete under a Sustained Load. G. PICKETT. Proc. ACI. Detroit. 1942. Febr. Vol. 38. pp. 333.
- [43 M 5] A New Aspect of Creep in Concrete and Its Application to Design. D. MCHENRY. A.S.T.M. Proceedings. Philadelphia. 1943. Vol. 43. pp. 1069.
- [45 E 1] Brobygning II. A. ENGELUND. København. 1945. 2. udg. pp. 17.
- [47 W 5] Plastic Flow of Thin Reinforced Concrete Slabs. G.W. WASHA. Proc. ACI. Detroit. 1947. Nov. Vol. 44. pp. 237.
- [48 E 11] Elementær jernbeton. A. EISEN. København. 1948. Gjellerup. pp. 242.
- [48 S 9] Creep and Shrinkage in Reinforced Concrete Structures. H. B. SEED. Reinforced Concrete Review, London. 1948. Jan. Vol. 1. pp. 253.
- [49 S 5] Plastic Flow of Concrete at High Overload. J.R. SHANK. Proc. ACI. Detroit. 1949. Febr. Vol. 45. pp. 493.
- [49 S 44] A Survey of General and Applied Rheology. G.W. SCOTT BLAIR. London. 1949.
- [51 A 10] Materialerne til forspændt beton. M. FOLMER ANDERSEN. Beton og Jernbeton. København. 1951. Maj. Årg. 3. Nr. 2 og 3. pp. 85.
- [52 L 3] Plastiske deformasjoner i uarmert og armert betong. INGE LYSE. Beton og Jernbeton. København. 1952. April. Årg. 4. Nr. 2. pp. 43.
- [54 G 2] Recherches experimentales sur le fluage des ciments. E. GIANGRECO. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. Paris. 1954. Juli-August. Årg. 7. Nr. 79-80. pp. 665.
- [54 L 2] Some Present Ideas on the Technology of Concrete. R. L'HERMITE. RILEM Bulletin. Paris. 1954. April. Nr. 17. pp. 43.
- [55 N 3] Theories of Creep in Concrete. A.M. NEVILLE. Proc. ACI. Detroit. 1955. Sept. Vol. 51. pp. 47.